

# 基于物理层网络编码的无人机中继网络资源优化

杨君一<sup>1</sup>, 李博<sup>2</sup>, 张钦宇<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工业大学(深圳)电子与信息工程学院, 广东 深圳 518055; 2. 哈尔滨工业大学(威海)信息科学与工程学院, 山东 威海 264209)

**摘 要:** 为了解决以无人机作为中继的传统双向通信网资源利用率低的问题, 提出了一种基于物理层网络编码的资源优化算法。考虑无人机中继通信网的传输功率约束、无人机最大速度约束和物理层网络编码的同步性需求, 建立了联合优化传输功率和无人机轨迹设计的资源分配模型以达到最小化系统中断概率的目的。通过将原非凸问题解耦为 2 个子问题, 并基于 KKT 条件、拉格朗日对偶法和次梯度法提出了一种迭代算法, 实现轨迹设计和最佳系统功率分配的联合优化。仿真结果表明, 所提算法可以显著提高系统性能, 降低通信中断的可能性。

**关键词:** 无人机中继通信; 物理层网络编码; 中断概率; 功率分配; 轨迹优化

**中图分类号:** TN929.5

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.11959/j.issn.1000-436x.2021172

## Resource optimization for UAV relay networks based on physical-layer network coding

YANG Junyi<sup>1</sup>, LI Bo<sup>2</sup>, ZHANG Qinyu<sup>1</sup>

1. School of Electrical and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Shenzhen 518055, China

2. School of Information Science and Technology, Harbin Institute of Technology, Weihai 264209, China

**Abstract:** To solve the problem of low resource utilization of the traditional two-way communication network with unmanned aerial vehicle (UAV) as relays, a resource optimization algorithm based on physical-layer network coding was proposed. Considering the transmission power constraints of the UAV relay communication network, the maximum speed constraints of the UAV and the synchronization requirements of the physical-layer network coding, a resource allocation model for joint optimization of transmission power and UAV trajectory design was formulated to minimize the system outage probability. By decoupling the original non-convex problem into two sub-problems, an iterative algorithm was proposed to realize the joint implementation of optimal trajectory design and optimal system power distribution based on the Karush-Kuhn-Tucker (KKT) conditions, Lagrangian duality method and subgradient method. Simulation results show that the proposed algorithm can significantly improve the system performance and reduce the possibility of communication interruption.

**Keywords:** UAV relay communication, physical-layer network coding, outage probability, power allocation, trajectory optimization

### 1 引言

无人机 (UAV, unmanned aerial vehicle) 通信是 5G 蜂窝网络中的新兴技术。近年来, 无人机技术取得了空前的进步, 这使将无人机广泛部署作为通

信基站或中继器成为可能<sup>[1-2]</sup>。特别是当其部署和操作适当时, 无人机可以为各种实际情况提供可靠且经济高效的无线通信解决方案, 如在抗震救灾等特殊场合<sup>[3]</sup>。当无人机用作中继站或基站时, 可以支持现有地面无线网络的连接。凭借其高移动性和灵

收稿日期: 2021-03-16; 修回日期: 2021-05-31

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61831008, No.62171154); 广东省空天通信与网络技术重点实验室开放基金资助项目 (No.2018B030322004)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (No.61831008, No.62171154), The Research Fund Program of Guangdong Key Laboratory of Aerospace Communication and Networking Technology (No.2018B030322004)

活的部署，无人机可以通过调整位置来避开障碍物，并提高与地面用户建立视距连接的可能性，而且可以通过自适应高度特性在保证通信质量的同时扩大通信覆盖范围<sup>[4-6]</sup>。除了其所具有的上述优势，无人机作为中继或基站仍有许多问题值得研究。

在无人机通信中，空对地的信道建模是研究者关注的热点之一。文献[7]对低空飞行无人机平台做了综述性的调研，阐述了无人机通信中的信道建模及其主要挑战。而因为无人机电池工艺受限问题，针对无人机快速部署及电池存续时间短的特点进行资源优化仍是关键方向且已完成很多工作。目前，主流的基于半双工的无人机中继通信系统已提出了许多优化方案来优化通信系统的资源，主要通过优化现有通信系统中包含功率、频谱、无人机轨迹等在内各类资源，实现系统性能的提升，如系统中断概率、吞吐量、传输速率、保障用户服务质量（QoS, quality of service）等性能<sup>[8]</sup>。文献[9]研究了单无人机作为中继的资源优化问题，以单架无人机作为中继提供多对地面节点通信服务，通过优化带宽、传输功率、传输速率以及无人机节点布置，将原非凸的优化问题转化成了单调的凸优化问题，以实现系统吞吐量最大化。文献[10]研究了多无人机作为基站为地面节点提供服务的无线传输网络，通过优化通信网络协同调度及无人机功率和轨迹优化，提出了基于块坐标下降和连续凸优化技术的迭代算法，解决了最大化单位用户吞吐量的混合整数非凸优化问题，并提出了一种低复杂度的无人机轨迹设计算法。文献[11]研究了单无人机作为无线能量传输及通信节点，先为地面节点充电，之后地面节点消耗接收到的能量向无人机发送信息；优化了无人机的路径以及能量和信息间的时间传输分配以达到系统信息吞吐量最大，并基于 01 分数规划提出了一种低复杂度求局部最优解的算法。文献[12]同样研究了单无人机的能量传输通信模型，基于松弛条件下的问题模型（无人机没有最大速度约束条件），提出了一种轨迹设计的飞行-悬停策略，以达到系统吞吐量最大，并基于此提出了联合优化下行功率及上行信息传输资源的交替连续凸优化算法，求得了局部最优解。文献[13]考虑了单无人机的能量信息传输系统，但基于公平性原则考虑，解决了最大化能量最小用户的问题。文献[14]研究了全双工的单无人机中继系统，在基于各节点最大传输功率之和有上界的限制条件下，联合设计了最优波束成形以及功率分配，以达

到瞬时的最大传输速率。文献[15]研究了多载波的太阳能无人机通信资源分配优化设计，考虑了无人机太阳能收集、空气动力消耗、无人机存储能力和地面用户的通信 QoS 保障。在离线条件下，通过应用单调优化获得了最优的 3D 轨迹以及最优的功率和子载波分配策略，实现最大系统吞吐量；且基于离线算法设计了线上优化算法。

以上的文献大多研究无人机支持的能量信息传输网，无人机作为中继传输能量并接受信息，以此优化无人机的轨迹及功率资源，实现高能量传输效率和信息接收；而无人机多作为转发放大中继，辅助完成两用户或用户和基站之间的通信，通过优化无人机的悬停位置或功率分配实现更好的通信性能。从更宏观的角度考虑，这些优化主要针对对无人机通信系统因电池原因导致的组网存活时间短的问题，提出了一系列优化策略来提高其通信效率。因此，本文拟采用物理层网络编码（PNC, physical-layer network coding）技术来提升无人机中继通信系统的通信效率。物理层网络编码技术自面世以来，就受到了广泛的关注<sup>[16]</sup>，与传统的半双工多跳方案和网络编码方案相比，将 PNC 技术用于双向中继信道可以分别将系统吞吐量提高 100% 和 50%。为了通过应用物理层网络编码技术来提高无人机中继通信系统容量和通信效率也成为一些学者的关注点，而这主要存在 2 个问题：1) 无人机在三维空间的高速移动性对于物理层网络编码实现同步需求是一巨大挑战；2) 在无人机中继通信系统中难以实现无人机轨迹与源节点之间的功率分配联合优化。这 2 个问题的解决对于将 PNC 应用于无人机中继通信网络至关重要。

本文旨在研究当 PNC 应用于无人机中继通信系统提升通信效率时，满足 PNC 同步性需求的初步探索和通信系统资源优化方案设计。本文研究基于 4 个地面节点的典型应用物理层网络编码技术通信场景，无人机作为中继且应用物理层网络编码技术实现两对地面节点的信息交换。本文在考虑满足应用物理层网络编码同步性需求的限制条件下，提出了一种联合优化无人机轨迹及无人机和源节点间总功率分配的交替联合优化算法，实现了通信系统性能的提升。

本文主要的研究工作如下。

1) 建立了以无人机作为中继的四地面节点物理层网络编码无人机资源优化模型；最小化系

统中断概率以提升系统性能，并满足无人机最大速率约束、物理层网络编码同步性约束和最大总功率上限约束。该问题是一个非凸问题，很难直接求得解析解。

2) 将原问题进行解耦变形，分解为 2 个子问题，利用拉格朗日对偶法、梯度下降法及凸函数的性质，将子问题转化为凸优化问题，证明了其凹凸性，并基于 KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 条件求得了其解析解，本文给出了其计算步骤及算法。

3) 仿真结果验证表明，所提算法对无人机轨迹设计及功率分配具有良好的效果，与固定位置下的 2 种功率分配算法相比，可以显著提高通信系统性能，降低中断概率。

## 2 系统模型

基于物理层网络编码技术的无人机中继通信系统模型如图 1 所示，其中， $S_1$ 、 $S_2$  为地面源节点， $D_1$ 、 $D_2$  为地面目的节点。 $S_1$  要向  $D_2$  发送信息， $S_2$  要向  $D_1$  发送信息，但都没有直达链路，因此需要通过无人机中继转发，且 4 个地面节点是中心几何对称的。假设一共含  $N$  个通信时隙，在时隙  $t$ ， $S_1$  将信号  $X_{S_1}^t$  发送给 UAV 和  $D_1$ ， $S_2$  将信号  $X_{S_2}^t$  发送给 UAV 和  $D_2$ ；在时隙  $t+1$ ，UAV 将经过物理层网络编码后的叠加信号  $X_U^t$  发送给  $D_1$  和  $D_2$ ， $D_1$  和  $D_2$  再通过各自在  $t$  时隙接收到的信息解码出各自需要的来自  $S_2$  和  $S_1$  的信息。令  $L$  表示  $S_1$  和  $D_1$  间的距离，同样也是  $S_2$  和  $D_2$  间距离； $W$  表示  $S_1$  和  $S_2$  间的距离， $D_1$  和  $D_2$  间距离同样为  $W$ 。为了便于计算，在三维笛卡儿坐标系中，令  $S_2$  位于坐标系原点，即  $(0, 0, 0)$  处，那么  $S_1$ 、 $D_1$ 、 $D_2$  的坐标分别位于  $(0, W, 0)$ 、 $(L, W, 0)$ 、 $(L, 0, 0)$  处。同时假设无人机飞行在高度为  $H$  的水平面上，其轨迹表示为  $U(t)=[x(t), y(t), H]^T$ 。为满足物理层网络编码的同步性需求，可以令无人机轨迹时刻满足到  $S_1$ 、 $S_2$  距离相等，那么在时钟同步时，两源节点发送信息到 UAV 的传播时延相等，即可满足同步性要求。因为地面节点是中心对称的，那么通过简单几何证明可以得知，无人机轨迹应满足  $y(t) = W/2$ 。将无人机在  $t$  时刻到  $S_1$  和  $S_2$  的距离表示为  $d_s^t$ ；那么无人机到  $D_1$  和  $D_2$  的距离也相等，表示为  $d_u^t$ ，即

$$d_s^t = \sqrt{(x_t)^2 + (y_t)^2 + (z_t)^2} \quad (1)$$

$$d_u^t = \sqrt{(L-x_t)^2 + (y_t)^2 + (z_t)^2} \quad (2)$$

无人机在任意单位时刻内的飞行距离不能超过  $v$ ，且  $v \ll L$ 。功率矩阵  $\mathbf{P} \triangleq [P_{S_1}^t \ P_{S_2}^t \ P_U^t]$  代表源节点  $S_1$ 、 $S_2$  和 UAV 在  $t$  时刻的功率，且满足最大功率约束，即

$$P_{S_1}^t + P_{S_2}^t + P_U^t \leq P_{\max} \quad (3)$$

其中， $P_{\max}$  是三者功率之和的上限。

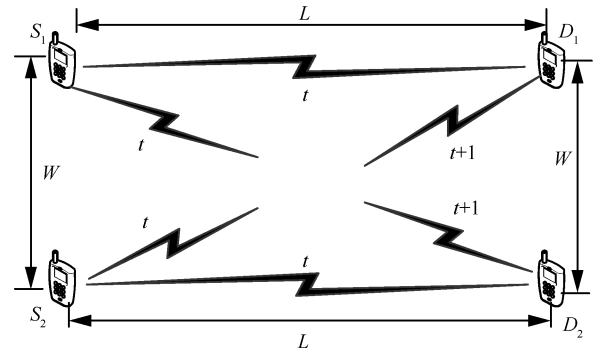


图 1 基于 PNC 的无人机中继通信系统模型

假设传输信道为瑞利衰落，信道增益为路径衰落和小规模信道衰落，由于采用物理层网络编码，那么在  $t$  时刻无人机接收来自  $S_1$  和  $S_2$  的叠加信号为

$$Y_{s-u}^t = \sqrt{P_{S_1}^t (d_s^t)^{-\alpha}} h_{S_1}^t X_{S_1}^t + \sqrt{P_{S_2}^t (d_s^t)^{-\alpha}} h_{S_2}^t X_{S_2}^t + n_u^t \quad (4)$$

其中， $\alpha$  是路径衰落系数， $h_{S_1}^t$ 、 $h_{S_2}^t$  分别为路径  $S_1$ 、 $S_2$  到 UAV 的小尺度衰落系数，满足独立分布且  $h_{S_1}^t, h_{S_2}^t \sim \text{CN}(0,1)$ ， $X_{S_1}^t$  和  $X_{S_2}^t$  分别表示  $S_1$  和  $S_2$  发送信号的单位能量， $n_u^t$  代表路径噪声，服从均值为 0、方差为  $N_0$  的独立高斯分布。

根据式(4)，可以得到信源到无人机链路的信噪比为

$$\gamma_{s-u}^t = \frac{P_{S_1}^t (d_s^t)^{-\alpha} \|h_{S_1}^t\|^2 + P_{S_2}^t (d_s^t)^{-\alpha} \|h_{S_2}^t\|^2}{N_0} \quad (5)$$

类似地， $D_1$  处接收来自  $S_1$  和 UAV 的信号分别为

$$Y_{S_1-D_1}^t = \sqrt{P_{S_1}^t (L)^{-\alpha}} h_{S_1L}^t X_{S_1}^t + n_{S_1L}^t \quad (6)$$

$$Y_{U-D_1}^t = \sqrt{P_U^t (d_u^t)^{-\alpha}} h_{U_1}^t X_U^t + n_{D_1}^t \quad (7)$$

其中， $h_{U_1}^t$  表示路径 UAV 到  $D_1$  处的小尺度衰落系数，且  $h_{U_1}^t \sim \text{CN}(0,1)$ ， $X_U^t$  表示无人机  $t$  时刻发出信号的单位能量， $n_{S_1L}^t$ 、 $n_{D_1}^t$  分别代表  $S_1$  到  $D_1$  和 UAV

到  $D_1$  的路径噪声，都满足均值为 0、方差为  $N_0$  的独立高斯分布。

根据式(6)和式(7)，可以得到  $S_1$  和 UAV 到  $D_1$  处链路的信噪比分别为

$$\gamma'_{S_1-D_1} = \frac{P'_{S_1}(L)^{-\alpha} \|h'_{S_1,L}\|^2}{N_0} \quad (8)$$

$$\gamma'_{U-D_1} = \frac{P'_U(d'_u)^{-\alpha} \|h'_{U_1}\|^2}{N_0} \quad (9)$$

与  $D_1$  处接收的通信过程类似， $D_2$  处的接收信号为

$$Y'_{S_2-D_2} = \sqrt{P'_{S_2}(L)^{-\alpha}} h'_{S_2,L} X'_{S_2} + n'_{S_2,L} \quad (10)$$

$$Y'_{U-D_2} = \sqrt{P'_U(d'_u)^{-\alpha}} h'_{U_2} X'_U + n'_{D_2} \quad (11)$$

其中， $h'_{U_2}$  表示路径 UAV 到  $D_2$  处的小尺度衰落系数，且  $h'_{U_1} \sim \text{CN}(0,1)$ ，分别代表  $S_1$  到  $D_1$  和 UAV 到  $D_1$  的路径噪声，都满足均值为 0、方差为  $N_0$  的独立高斯分布。

根据式(10)和式(11)，可以得到链路  $S_2$  和 UAV 到  $D_2$  处的链路信噪比为

$$\gamma'_{S_2-D_2} = \frac{P'_{S_2}(L)^{-\alpha} \|h'_{S_2,L}\|^2}{N_0} \quad (12)$$

$$\gamma'_{U-D_2} = \frac{P'_U(d'_u)^{-\alpha} \|h'_{U_2}\|^2}{N_0} \quad (13)$$

将通信中断概率视为信噪比低于预设门限值  $\beta_{\text{th}}$  的概率，那么可以得到完成一次通信过程中每条通信链路的中断概率为

$$\begin{cases} P'_{\text{out}}(S \rightarrow U) = \Pr(\gamma'_{S-U} < \beta_{\text{th}}) \\ P'_{\text{out}}(S_1 \rightarrow D_1) = \Pr(\gamma'_{S_1-D_1} < \beta_{\text{th}}) \\ P'_{\text{out}}(U \rightarrow D_1) = \Pr(\gamma'_{U-D_1} < \beta_{\text{th}}) \\ P'_{\text{out}}(U \rightarrow D_2) = \Pr(\gamma'_{U-D_2} < \beta_{\text{th}}) \\ P'_{\text{out}}(S_2 \rightarrow D_2) = \Pr(\gamma'_{S_2-D_2} < \beta_{\text{th}}) \end{cases} \quad (14)$$

**定理 1** 根据式(14)中第 3 项，即 UAV 到节点  $D_1$  通信链路的中断概率为

$$P'_{\text{out}}(U \rightarrow D_1) = 1 - \exp\left(-\frac{N_0\beta_{\text{th}}}{2(P'_U)(d'_u)^{-\alpha}}\right) \quad (15)$$

**证明** 详见附录 1。

在任一时刻，为保证通信质量，将通信成功的

必要条件视为任意一条通信链路的信噪比不低于预设门限。那么总的中断概率可以表示为

$$\begin{aligned} P'_{\text{out}} = & 1 - (1 - P'_{\text{out}}(S \rightarrow U))(1 - P'_{\text{out}}(S_1 \rightarrow D_1)) \cdot \\ & (1 - P'_{\text{out}}(U \rightarrow D_2))(1 - P'_{\text{out}}(S_2 \rightarrow D_2)) \cdot \\ & (1 - P'_{\text{out}}(U \rightarrow D_2)) \end{aligned} \quad (16)$$

根据定理 1，可以用同样方式求得每条链路的中断概率，那么总中断概率为

$$\begin{aligned} P'_{\text{out}} = & 1 - \exp\left(-\frac{N_0\beta_{\text{th}}}{2} \left( \frac{1}{(P'_{S_1} + P'_{S_2})(d'_s)^{-\alpha}} + \frac{1}{P'_{S_1}(L)^{-\alpha}} + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{P'_{S_2}(L)^{-\alpha}} + \frac{1}{P'_U(d'_u)^{-\alpha}} + \frac{1}{P'_U(d'_u)^{-\alpha}} \right)\right) \end{aligned} \quad (17)$$

优化目标为最小化总时隙下的中断概率，功率矩阵  $\mathbf{P}$  和无人机轨迹  $U(t)$  为优化变量，因此，优化问题可以表述为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{P}, U} & \sum_{t \in N} P'_{\text{out}} \\ \text{s.t. } & C_1 : P'_{S_1} + P'_{S_2} + P'_U \leq P_{\text{max}}, \forall t \in N \\ & C_2 : P'_{S_1} > 0, P'_{S_2} > 0, P'_U > 0, \forall t \in N \\ & C_3 : \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)} \leq v, \forall t \in N \end{aligned} \quad (18)$$

其中， $C_1$  和  $C_2$  是  $S_1$ 、 $S_2$  和 UAV 的功率约束， $C_3$  是无人机的速度约束。显然，式(18)由于多时隙组合，是一个多变量耦合的非凸优化问题，不容易直接求得功率分配和轨迹优化的解析解。

### 3 资源优化算法设计

为解决式(18)的非凸优化问题，考虑在每个时隙交替完成资源优化的思想。即在给定功率的条件下，完成该时刻轨迹设计；在给定轨迹的情况下，完成该时刻的功率分配。

**定理 2** 为简化优化目标函数，最小化式(17)总时隙下的总中断概率，可以等效为式(19)

$$\min g(U, P) = \left( \frac{(d'_s)^{\alpha}}{P'_{S_1} + P'_{S_2}} + \frac{L^{\alpha}}{P'_{S_1}} + \frac{L^{\alpha}}{P'_{S_2}} + \frac{2(d'_u)^{\alpha}}{P'_U} \right) \quad (19)$$

**证明** 详见附录 2。

#### 3.1 轨迹设计

在给定  $S_1$ 、 $S_2$  和 UAV 功率的情况下，式(18)的问题可以转化为

$$\begin{aligned} & \min_U \sum_{t \in N} P_{\text{out}}^t \\ & \text{s.t. } C_4: \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)} \leq v, \forall t \in N \end{aligned} \quad (20)$$

此时式(19)所描述的问题仍为非凸问题。将式(19)的问题拆分为  $N$  个时隙内的优化问题, 根据定理 2, 可以得到在任意  $t$  时刻的优化子问题为

$$\begin{aligned} & \min_{x_t, y_t, z_t} g(x_t, y_t, z_t) \\ & \text{s.t. } C_5: \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)} \leq v \end{aligned} \quad (21)$$

此时, 可以看出式(20)是一个凸优化问题, 且其满足 Slater 条件。因此, 求式(20)最优解相当于求解其对偶问题的最优解<sup>[17]</sup>,  $\lambda$  为对应于速度约束  $C_5$  的拉格朗日乘子, 那么式(20)的拉格朗日函数为

$$L(x_t, y_t, z_t, \lambda) = g(x_t, y_t, z_t) + \lambda(U_{t,t-1} - v) \quad (22)$$

其中,  $U_{t,t-1} = \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)}$ , 代表 2 个时隙之间的距离变化速度, 即 UAV 的速度。那么其对偶问题为

$$f(\lambda) = \inf_{x_t, y_t, z_t} L(x_t, y_t, z_t, \lambda) \quad (23)$$

从而将求解式(19)转化为求解其对偶问题, 即

$$\begin{aligned} & \max_{\lambda} f(\lambda) \\ & \text{s.t. } C_6: \lambda > 0 \end{aligned} \quad (24)$$

采用次梯度的方法解决对偶问题式(24), 次梯度方法是在选择的次梯度方向上搜寻可行的解。 $\lambda^w$  表示第  $w$  次的迭代, 那么对偶函数  $f(\lambda)$  在  $\lambda^w$  的次梯度为

$$q^w = \sqrt{(x_t^w - x_{t-1})^2 + (y_t^w - y_{t-1})^2 + (z_t^w - z_{t-1})^2} - v \quad (25)$$

其中,  $(x_t^w, y_t^w, z_t^w)$  是实现  $L(x_t, y_t, z_t, \lambda^w)$  最小化的函数值,  $q^w$  代表次梯度值。此外, 选取迭代步长为  $\alpha^w = a/(b+w)$ , 其中  $a > 0, b \geq 0$ 。得到  $\lambda$  的迭代更新式为

$$\lambda^{w+1} = [\lambda^w + \alpha^w q^w]^+ \quad (26)$$

其中,  $[x]^+$  表示  $\max(x, 0)$ 。此时  $\lambda$  可以视为移动距离限制的损失代价, 当 UAV 速度超过限制时,  $\lambda$  会变大。当满足  $|f(\lambda^{w+1}) - f(\lambda^w)| < \delta_2$  时, 迭代停止, 其中,  $\delta_2$  是差错门限。

基于 Karush-Kuhn-Tucker 条件, 通过对  $x_t, y_t$  和  $z_t$  的微分, 可以得到拉格朗日对偶问题式(22)的最优解, 即

$$\begin{cases} A(x_t - L) + Bx_t + C(x_t - x_{t-1}) = 0 \\ Ay_t + By_t + C(y_t - y_{t-1}) = 0 \\ Az_t + Bz_t + C(z_t - z_{t-1}) = 0 \end{cases} \quad (27)$$

其中,  $A, B, C$  分别为

$$\begin{cases} A = \alpha \left( \frac{1}{P_U^t} \right) \left( (x_t - L)^2 + y_t^2 + z_t^2 \right)^{\frac{\alpha-1}{2}} \\ B = \frac{\alpha}{2} \left( \frac{1}{P_{S_1}^t + P_{S_2}^t} \right) \left( x_t^2 + y_t^2 + z_t^2 \right)^{\frac{\alpha-1}{2}} \\ C = \lambda^w \left( (x_t^w - x_{t-1})^2 + (y_t^w - y_{t-1})^2 + (z_t^w - z_{t-1})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (28)$$

将解得的最优轨迹代入式(26)更新  $\lambda^{w+1}$ , 轨迹优化算法流程如算法 1 所示。次梯度算法将保证在有限的迭代次数内收敛<sup>[18]</sup>。

### 算法 1 轨迹优化算法

**初始化** 定义  $t = N$ , 给定初始功率矩阵  $\mathbf{P}, \mathbf{w} = \mathbf{0}, \lambda^0 = 0$ , 初始化迭代差错  $\delta_2$

- 1) for  $t=2:N$
- 2) 循环
- 3) 使用 KKT 条件求得最优轨迹  $(x_t^w, y_t^w, z_t^w)$
- 4) 根据式(26)计算新得到的  $\lambda$
- 5)  $w = w + 1$
- 6) until  $|f(\lambda^{w+1}) - f(\lambda^w)| < \delta_2$
- 7) end for

## 3.2 功率分配

在给定无人机轨迹的情况下, 为解决源节点和无人机间的功率分配问题, 问题式(18)可表述为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{P}} \sum_{t \in N} P_{\text{out}}^t \\ & \text{s.t. } C_7: P_{S_1}^t + P_{S_2}^t + P_U^t \leq P_{\text{max}}, \forall t < N \\ & \quad C_8: P_{S_1}^t > 0, P_{S_2}^t > 0, P_U^t > 0, \forall t < N \end{aligned} \quad (29)$$

从定理 2 的式(19)可知, 中断概率  $P_{\text{out}}^t$  与功率矩阵  $\mathbf{P}$  呈负相关, 这也与功率越大信噪比越低的常识相符。因此, 当功率矩阵  $\mathbf{P}$  达到最大值时, 会得出最小中断概率, 即  $P_{S_1}^t + P_{S_2}^t + P_U^t = P_{\text{max}}$ 。

通过对通信场景模型的分析可知, 地面 4 个节点  $S_1, S_2, D_1, D_2$  是中心对称分布, 呈标准几何形状, 且无人机需满足到  $S_1, S_2$  距离相等, 那么易知无人机到  $D_1, D_2$  距离也相等, 通过简单证明可以得到  $S_1$  和  $S_2$  的传输功率应相等时会有最小中断概率, 即  $P_{S_1} = P_{S_2}$ 。令  $S_1$  和  $S_2$  的传输功率为  $P_S$ , 那么式(29)中的约束  $C_7$  可以表述为

$$2P_S^t + P_U^t = P_{\text{max}} \quad (30)$$

将式(30)代入式(17)可以得到

$$P_{\text{out}}^t = 1 - \exp\left(\frac{-N_0 \beta_{\text{th}}}{2} \left( \frac{d_s^\alpha + 2L^\alpha}{2P_S^t} + \frac{d_u^\alpha}{P_U^t} \right)\right) =$$

$$1 - \exp\left(\frac{-N_0\beta_{th}}{2}\left(\frac{d_s^\alpha + 2L^\alpha}{2P_s'} + \frac{d_u^\alpha}{P_{max} - 2P_s'}\right)\right) \quad (31)$$

那么，最优功率分配问题变为

$$\begin{aligned} & \min_{P_s'} \sum_{t \in N} P_{out}' \\ & \text{s.t. } C_9: 0 < P_s' < \frac{P_{max}}{2}, \forall t < N \end{aligned} \quad (32)$$

**定理 3** 式(32)在每个时隙内功率分配最优解为

$$P_s' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (33)$$

其中， $a = (\xi_1 - 2\xi_2)$ ， $b = -2\xi_1 P_{max}$ ， $c = \xi_1 P_{max}^2$ ， $\xi_2 = (d_u')^\alpha$ ， $\xi_1 = (d_s')^\alpha + 2L^\alpha$ 。

**证明** 详见附录 3。

### 3.3 交替联合优化算法

轨迹设计和功率分配子问题都已解决，基于此本文提出了交替联合优化算法解决问题式(18)。在所提算法的每次迭代中，在给定优化轨迹 $U(t)$ 的基础上求出此时的最优功率分配 $P^*$ 。再以此求得的优化功率分配矩阵 $P^*$ ，用算法 1 解决轨迹优化子问题，获得最优轨迹 $U(t)$ 。令 $S^k = \sum_{t \in N} (P_{out}')^k$ 表示第 $k$ 次迭代的总中断概率，当满足 $|S_k - S_{k-1}| / S_{k-1} < \delta_1$ 时，本文所设计的轨迹功率交替联合优化算法迭代终止，其中， $\delta_1$ 是预设的差错容忍门限。具体算法流程如算法 2 所示。

**算法 2** 轨迹功率交替联合优化算法

**初始化**  $k = 0$ ， $P_{S_1}' = P_{S_2}' = P_U' = P_{max} / 3$ ，在给定的当前功率条件下求解无人机轨迹优化问题式(20)

1) for

2)  $k = k + 1$

3) 在给定无人机轨迹的条件下，解决功率分配优化问题式(29)

4) 在给定功率的条件下，解决轨迹优化问题式(20)

5) until  $|S_k - S_{k-1}| / S_{k-1} < \delta_1$

6) end for

**定理 4** 交替联合优化算法总是保证收敛的。

**证明** 详见附录 4。

## 4 对比算法与仿真分析

### 4.1 2种对比算法

为了验证所提算法的有效性，本节将所提交替

联合优化算法与另外 2 种基础预设算法进行比较。第一种是无人机固定位置的平均功率算法，即无人机在固定高度的同一位置悬停，功率 $P_{S_1}' = P_{S_2}' = P_U' = P_{max} / 3$ ；第二种是无人机固定位置的功率优化算法，即无人机虽然同样在固定高度的固定位置悬停，但源节点和无人机间的功率分配将采用第 3 节提到的功率分配优化方法。在 2 种对比算法中，无人机的位置被随机分配，但仍满足物理层网络编码的同步性需求，即无人机到源节点 $S_1$ 、 $S_2$ 的距离相等。

### 4.2 仿真分析

首先设置通信系统默认参数，总时隙数 $N=600$ ， $S_1$ 和 $D_1$ 间的距离 $L=400$  m， $S_1$ 和 $S_2$ 间的距离 $W=200$  m。无人机的飞行高度设置为 40 m，无人机在每个时隙内的最大飞行距离不能超过 $v=0.5$  m。路径损耗系数 $\alpha=4$ ，中断概率的信噪比门限 $\beta_{th}=0$  dB，算法 1 和算法 2 中的迭代差错门限 $\delta_1=10^{-3}$ ， $\delta_2=10^{-3}$ ，次梯度算法中的步长为 $a=1$ ， $b=2$ ， $\alpha^w = a/(b+w)$ 。总的传输功率上限 $P_{max}=28$  dBm，噪声方差 $N_0=-96$  dBm。

图 2 描述了 3 种算法经过时隙数 $N=600$ 后，总中断概率的对比。3 种算法下无人机的初始位置均为 $U(100,100,40)$ ，从仿真中可知，平均功率分配算法的中断概率为 $P_{out}'=0.05274$ ，功率分配优化算法的中断概率为 $P_{out}'=0.05161$ 。从图 2 中可以明显看出，所提交替联合优化算法对于通信系统中中断概率优化性能明显优于另外 2 种算法，交替联合优化算法最终优化得到的中断概率为 $P_{out}'=0.03592$ ，相较平均功率分配算法性能提升 31.9%，相较功率分配优化算法性能提升 30.4%。经过交替联合优化算法，378 个时隙后通信系统的中断概率达到最低，此时无人机的位置为 $U(287.86, 100, 40)$ ，源节点 $S_1$ 和 $S_2$ 的功率为 $P_{S_1}' = P_{S_2}' = 228.4$  mW=23.58 dBm，无人机的功率为 $P_U'=174.1$  mW=22.40 dBm。图 3 描述了交替联合优化算法中随着时隙数变化，无人机功率和 2 个源节点功率变化曲线。理论分析可知，功率变化的主要原因是随着时隙数增加，无人机在每个时隙都会进行位移，从而导致最佳功率分配随之变化，直到下一步移动后的功率分配优化并不会导致总中断概率的下降，从时隙变化下功率的分配情况也可以看出算法是收敛的。

图 4 描述了在时隙数 $N=600$ ， $P_{max}=28$  dBm 时，3 种算法所得到的中断概率与距离 $L$ 间的变化关系，

且路径衰落与地面节点  $S_1$  和  $D_1$  ( $S_2$  和  $D_2$ ) 之间的距离  $L$  呈负相关。此时对于固定位置算法,无人机的位置为  $U(150,100,40)$ ,交替联合优化算法中无人机初始位置与固定算法相同。从图 4 可以看到,随着  $L$  的增加,3 种算法的中断概率都随  $L$  增大而增大。同时也可以看出随着  $L$  的增大,交替联合优化算法所展现的性能始终优于固定位置下的功率平均算法和功率优化算法,且距离  $L$  越大,交替联合优化算法与另外 2 种算法差距越大,所体现的性能越好,在  $L=600\text{ m}$  时,交替联合优化算法相较于平均功率算法和功率分配优化算法性能分别提升了 36.7%和 32.2%。

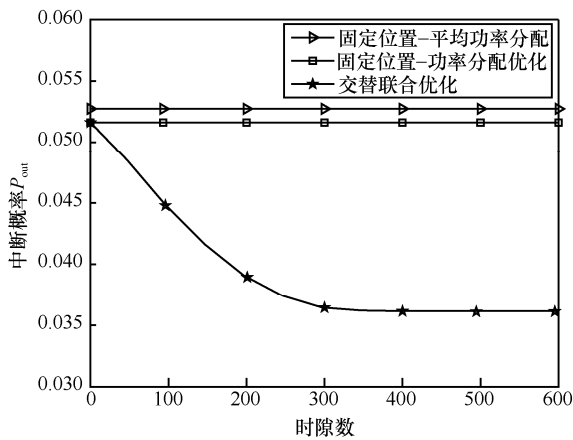


图 2 时隙增长下 3 种算法迭代后中断概率变化情况

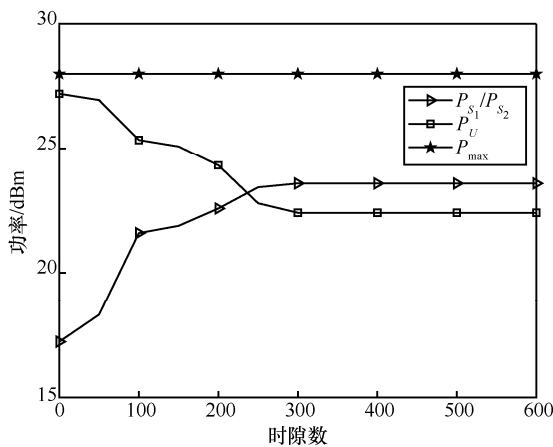


图 3 时隙增长交替联合优化算法的节点功率变化情况

图 5 描述了在时隙数  $N=600$ ,固定位置算法中无人机位置  $U(180,100,40)$ ,且交替联合优化算法初始位置与固定算法相同时,通过改变源节点和无人机的  $P_{max}$ ,仿真分析 3 种优化策略的总中断概率的变化。可以看到随着  $P_{max}$  的上升,3 种算法的中断概率都在逐渐变小,随着  $P_{max}$  越来越大,3 种算法之间的中断

概率越来越接近。可以得出重要结论,在功率有限的情况下,所提出的交替联合优化算法可以有效地降低应用物理层网络编码技术的无人机中继通信系统的中断概率。在  $P_{max}=20\text{ dBm}$  时,交替联合优化算法相较于平均功率算法和功率分配优化算法性能分别提升了 20.1%和 17.8%。

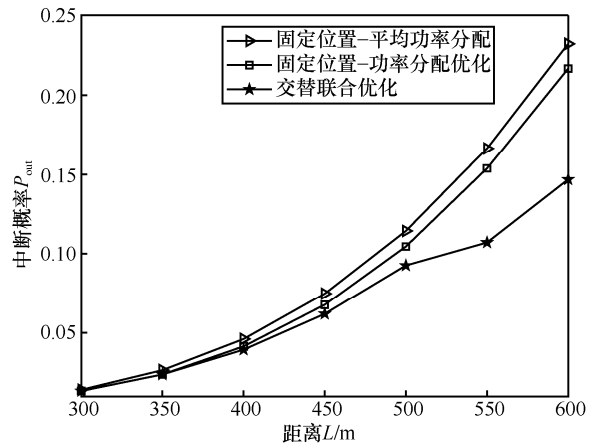


图 4 距离  $L$  变化下 3 种算法的中断概率变化情况

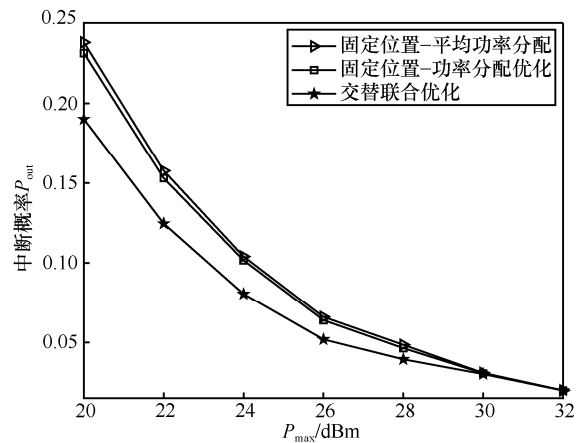


图 5  $P_{max}$  约束变化下 3 种算法的中断概率变化情况 (一)

图 6 描述了无人机位置为  $U(300,100,40)$  时 3 种算法随着  $P_{max}$  上升,中断概率的变化情况。通过对图 5 和图 6,可以看出固定位置-功率分配优化算法进行功率优化时,其优化效果明显受到无人机位置的影响,当无人机悬停位置适当时,可以比固定位置下的平均功率分配方法更逼近交替联合优化算法所优化的性能;当无人机悬停位置不理想时,功率分配优化算法和平均功率分配算法性能都很差。在  $P_{max}=20\text{ dBm}$  时,交替联合优化算法相较于平均功率算法和功率分配优化算法性能分别提升了 20.1%和 5.5%。随着  $P_{max}$  变大,3 种算法的总中断概率都呈下降趋势,当  $P_{max}$  足够大时,3 种算法的优化结果的中

断概率较为接近。总体来说，当  $P_{\max}$  较小时，交替联合优化算法相较另外 2 种固定位置下功率分配算法拥有更好的系统性能，能明显降低通信系统中断概率。

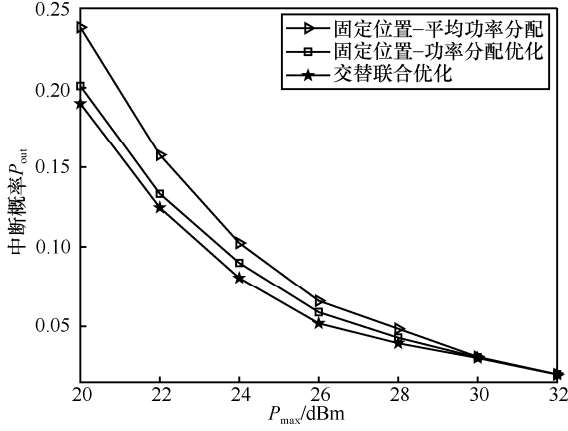


图6  $P_{\max}$ 变化下3种算法的中断概率变化情况(二)

表1描述了在  $L=400$  m,  $W=200$  m 时,  $P_{\max}$  从 20 dBm 变化到 32 dBm, 交替联合优化算法下无人机最终优化的位置和功率变化情况及信源的功率的数值变化情况。从表1中可以看出, 随着  $P_{\max}$  越来越大, 无人机的位置也越来越靠近目的节点, 在  $P_{\max}$  较低时, 无人机较为靠近源节点, 当  $P_{\max}$  足够大时, 源节点和 UAV 的功率分配接近平均分配。同时也可以从图6得到侧面印证, 当  $P_{\max}$  较大时, 3种算法的总中断概率较为接近, 此时无人机轨迹优化对系统中断概率的影响较小。

表1 交替联合优化算法优化结果

$P_{\max}/\text{dBm}$	UAV 位置/m	UAV 功率/dBm	$S_1/S_2$ 功率/dBm
20	207.11	17.47	13.45
23	211.16	20.30	16.64
26	207.44	23.46	19.46
29	216.93	26.02	22.94
32	248.11	27.47	27.10

## 5 结束语

本文对基于物理层网络编码的无人机中继通信网络中的功率分配和轨迹优化策略进行研究, 对未来常态化的非对称拓扑结构下应用 PNC 的无人机中继通信模型资源优化求解, 以及应用无人机轨迹设计满足 PNC 同步需求或满足特定异步约束提供了思路。本文考虑了联合优化无人机轨迹和系统总发射功率分配, 在满足物理层网络编码同步性及

系统发射功率上限约束和无人机速度约束下, 建立了优化资源分配的最小化系统中断概率模型。通过将原非凸问题解耦为2个子问题并将总时隙分解为单个时隙, 用 KKT 条件及次梯度下降法求解2个凸优化子问题, 提出的交替联合优化算法可以获得全局最优解。仿真结果表明, 交替联合优化算法的性能优于其他2种固定位置算法。

## 附录1 定理1证明

根据式(9)和式(14), 源节点  $S_1$  和  $S_2$  到 UAV 处叠加链路的中断概率为

$$P_{\text{out}}'(U \rightarrow D_1) = \Pr(\gamma_{U-D_1}' < \beta_{\text{th}}) = \Pr\left(\frac{P_U'(d_u')^{-\alpha} \|h_{U_1}'\|^2}{N_0} < \beta_{\text{th}}\right) = \Pr\left(\|h_{U_1}'\|^2 < \frac{N_0 \beta_{\text{th}}}{P_U'(d_u')^{-\alpha}}\right) \quad (34)$$

其中,  $h_{U_1}' \sim \text{CN}(0,1)$ , 那么  $\|h_{U_1}'\|^2$  的概率密度函数为  $f(x) = e^{-x/2}/2$ , 将其代入式(34), 得

$$P_{\text{out}}'(U \rightarrow D_1) = \Pr\left(\|h_{U_1}'\|^2 < \frac{N_0 \beta_{\text{th}}}{P_U'(d_u')^{-\alpha}}\right) = \int_0^{\frac{N_0 \beta_{\text{th}}}{P_U'(d_u')^{-\alpha}}} f(x) dx = 1 - \exp\left(-\frac{N_0 \beta_{\text{th}}}{2P_U'(d_u')^{-\alpha}}\right) \quad (35)$$

式(14)中的其余几项可以通过同样的推导方法得到类似的形式。证毕。

## 附录2 定理2证明

式(15)可以被看作式(36)和式(37)的组合

$$f(x) = 1 - \exp\left(-\frac{N_0 \beta_{\text{th}}}{2} g(x, y, z, P_{S_1}', P_{S_2}', P_U')\right) \quad (36)$$

$$g(x, y, z, P_{S_1}', P_{S_2}', P_U') = \left(\frac{d_s^\alpha}{P_{S_1}' + P_{S_2}'} + \frac{L^\alpha}{P_{S_1}'} + \frac{L^\alpha}{P_{S_2}'} + \frac{2d_u^\alpha}{P_U'}\right) \quad (37)$$

可以轻易证明  $f(x)$  是关于函数  $g(\cdot)$  的单调递增函数。因此最小化中断概率  $P_{\text{out}}'$  可以等效为最小化函数  $g(x, y, z, P_{S_1}', P_{S_2}', P_U')$ 。证毕。

## 附录3 定理3证明

基于定理2, 当给定无人机轨迹后, 解决功率分配问题式(32)中优化目标可以等效为

$$\min G(P_S') = \left(\frac{d_s^\alpha + 2L^\alpha}{2P_S'} + \frac{d_u^\alpha}{P_{\max}' - 2P_S'}\right) \quad (38)$$

因此, 达到  $G(P_S')$  最小值的必要条件是  $dG(P_S')/dP_S' = 0$ , 通过求导可以得到

$$\begin{cases} (P_s^t)^* = s = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ a = (\xi_1 - 2\xi_2), b = -2\xi_1 P_{\max}, c = \xi_1 P_{\max}^2 \end{cases} \quad (39)$$

其中,  $\xi_1 = (d_s^t)^\alpha + 2L^\alpha$ ,  $\xi_2 = (d_u^t)^\alpha$ ,  $(P_s^t)^*$  代表无人机功率在  $t$  时刻的最优功率。通过简单的验证: 当  $P_s^t$  在区间  $(0, s)$  上时, 有  $dG(P_s^t)/dP_s^t < 0$ , 当  $P_s^t$  在区间  $(s, P_{\max})$  时, 有  $dG(P_s^t)/dP_s^t > 0$ , 所以可以确定  $(P_s^t)^*$  是无人机在  $t$  时刻的最优功率。证毕。

### 附录 4 定理 4 证明

定义  $S(P, U) = \sum_{t \in N} P_{\text{out}}^t$ , 在第  $k$  次迭代中, 在给定功率分配结果  $P^{k-1}$  的情况下, 解决了轨迹优化子问题式(20)并获得其最优轨迹  $U^k$ , 可以确定

$$S(P^{k-1}, U^k) \leq S(P^{k-1}, U^{k-1}) \quad (40)$$

接下来, 在此基础上解决功率分配问题式(32), 获得的最优功率分配记为  $P^k$ , 此时给定的最优轨迹为  $U^k$ , 那么可以得到

$$S(P^k, U^k) \leq S(P^{k-1}, U^k) \quad (41)$$

联合式(40)和式(41), 可以得到

$$S(P^k, U^k) \leq S(P^{k-1}, U^{k-1}) \quad (42)$$

即  $S_k \leq S_{k-1}$ , 可以判断交替联合优化算法在每次迭代后对于问题式(18)来说中断概率都是非增的, 而总中断概率

$\sum_{t \in N} P_{\text{out}}^t$  始终为非负值, 故有下界, 因此可以判断交替联合优化算法是收敛的。证毕。

### 参考文献:

[1] MERWADAY A, GUVENC I. UAV assisted heterogeneous networks for public safety communications[C]//Proceedings of 2015 IEEE Wireless Communications and Networking Conference Workshops (WCNCW). Piscataway: IEEE Press, 2015: 329-334.

[2] LI B, FEI Z S, ZHANG Y. UAV communications for 5G and beyond: recent advances and future trends[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2019, 6(2): 2241-2263.

[3] ERDELJ M, NATALIZIO E, CHOWDHURY K R, et al. Help from the sky: leveraging UAVs for disaster management[J]. IEEE Pervasive Computing, 2017, 16(1): 24-32.

[4] MOZAFFARI M, SAAD W, BENNIS M, et al. Mobile unmanned aerial vehicles (UAVs) for energy-efficient Internet of Things communications[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 16(11): 7574-7589.

[5] JEONG S, SIMEONE O, KANG J. Mobile edge computing via a UAV-mounted cloudlet: optimization of bit allocation and path planning[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(3): 2049-2063.

[6] XI X, CAO X B, YANG P, et al. Joint user association and UAV

location optimization for UAV-aided communications[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2019, 8(6): 1688-1691.

[7] KHUWAJA A A, CHEN Y F, ZHAO N, et al. A survey of channel modeling for UAV communications[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2018, 20(4): 2804-2821.

[8] HAYAT S, YANMAZ E, MUZAFFAR R. Survey on unmanned aerial vehicle networks for civil applications: a communications viewpoint[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2016, 18(4): 2624-2661.

[9] FAN R F, CUI J N, JIN S, et al. Optimal node placement and resource allocation for UAV relaying network[J]. IEEE Communications Letters, 2018, 22(4): 808-811.

[10] WU Q Q, ZENG Y, ZHANG R. Joint trajectory and communication design for multi-UAV enabled wireless networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(3): 2109-2121.

[11] JIANG M, LI Y Q, ZHANG Q, et al. Joint position and time allocation optimization of UAV enabled time allocation optimization networks[J]. IEEE Transactions on Communications, 2019, 67(5): 3806-3816.

[12] XIE L F, XU J, ZHANG R. Throughput maximization for UAV-enabled wireless powered communication networks[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2019, 6(2): 1690-1703.

[13] XU J, ZENG Y, ZHANG R. UAV-enabled wireless power transfer: trajectory design and energy optimization[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(8): 5092-5106.

[14] SONG Q H, ZHENG F C, ZENG Y, et al. Joint beamforming and power allocation for UAV-enabled full-duplex relay[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(2): 1657-1671.

[15] SUN Y, XU D F, NG D W K, et al. Optimal 3D-trajectory design and resource allocation for solar-powered UAV communication systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2019, 67(6): 4281-4298.

[16] ZHANG S L, LIEW S C, LAM P P. Hot topic: physical-layer network coding[C]//Proceedings of the 12th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking. New York: ACM Press, 2006: 358-365.

[17] BOYD S, VANDENBERGHE L. Convex optimization[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

[18] BERTSEKAS D P. Nonlinear programming[M]. Belmont: Athena Scientific, 1999.

### [作者简介]



杨君一 (1996-), 男, 湖北十堰人, 哈尔滨工业大学(深圳)博士生, 主要研究方向为卫星通信、光电混合路由、通信资源优化。

李博 (1983-), 男, 河北廊坊人, 博士, 哈尔滨工业大学(威海)副教授、博士生导师, 主要研究方向为无人机通信、陆海空天一体化网络等。

张钦宇 (1972-), 男, 江苏扬州人, 博士, 哈尔滨工业大学(深圳)教授、博士生导师, 主要研究方向为空间通信、无线通信、无线通信网络等。